快速的完备鉴别保局投影人脸识别算法*

卢桂馥[1,2] 王 勇[2] 金 忠[1]

[1](南京理工大学 计算机科学与技术学院 南京 210094)
[2](安徽工程大学 计算机与信息学院 芜湖 241000)

摘 要 提出一种快速的完备鉴别保局投影算法(FCDLPP). FCDLPP 算法只需使用一次瘦 QR 分解就可求得保局类内散布的零空间的鉴别矢量,然后再进行一次广义特征值分解求得保局类内散布的主元空间的鉴别矢量. 另外,FCDLPP 对零空间的不规则鉴别特征和主元空间的规则鉴别特征进行融合. 理论分析和实验结果表明,FCDLPP 算法不论在计算复杂度还是识别率上都比完备的鉴别保局投影算法有更好的性能和效果.

关键词 人脸识别,完备鉴别保局投影(CDLPP),QR 分解
中图法分类号 TP 391

Fast Complete Discriminant Locality Preserving Projections for Face Recognition

LU Gui-Fu[1,2], WANG Yong[2], JIN Zhong[1]
[1](*School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing* 210094)
[2](*School of Computer and Information, Anhui Polytechnic University, Wuhu* 241000)

ABSTRACT

Fast complete discriminant locality preserving projections (FCDLPP) is proposed. There is only one step of economic QR factorization for FCDLPP algorithm to obtain the optimal discriminant vectors in the null space of locality preserving within-class scatter. Then, one step of eigen-decomposition is used to obtain the optimal discriminant vectors in the principal space of the locality preserving within-class scatter. Besides, FCDLPP fuses the regular discriminant features in the principal space and irregular discriminant features in the null space. Theoretical analyses and experimental results show that the proposed FCDLPP outperforms complete discriminant locality preserving projections (CDLPP) on computational speed and recognition rates.

Key Words Face Recognition, Complete Discriminant Locality Preserving Projections (CDLPP), QR factorization

* 国家自然科学基金项目(No. 60873151,60632050)、江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(No. 178)资助
收稿日期:2010-07-19;修回日期:2011-06-24
作者简介 卢桂馥,男,1976 年生,博士研究生,副教授,主要研究方向为人工智能、模式识别. E-mail:luguifu_jsj@163.com. 王勇,男,1979 年生,讲师,主要研究方向为人工智能. 金忠,男,1961 生,教授,博士生导师,主要研究方向为模式识别、计算机视觉.

1 引　言

在机器学习和模式识别中，所遇到的数据特征的维数往往都很高[1]. 为了对数据进行有效的分析，需对数据进行降维. 主成分分析(PCA)[1] 和基于 Fisher 准则的线性鉴别分析(LDA)[1] 是两种常见的线性降维方法.

PCA 方法通过最大化训练样本总体散布来获得样本的最佳投影向量. 但是由于 PCA 是一种无监督学习算法，PCA 方法并不适合分类问题. 与 PCA 不同，LDA 是一种有监督学习算法，可充分利用样本的类别信息，但是 LDA 在计算过程中需要保证类内散布矩阵可逆，而在机器学习和模式识别中经常遇到高维小样本问题(如人脸识别) ，类内散布矩阵往往是奇异的，因此 LDA 算法很难直接计算. 一种解决方法[2] 是先利用 PCA 对样本进行降维，使降维后的样本类内散布矩阵非奇异，然后再利用 LDA 获得鉴别投影空间. 但是在 PCA 降维过程中有可能损失鉴别信息. 在文献[3]中提出零空间线性鉴别分析方法，但是此方法只利用零空间的鉴别信息，而舍弃非零空间的鉴别信息. 在文献[4]中以最大间距准则(Maximum Margin Criterion，MMC) 作为目标函数，即以类间散布矩阵和类内散布矩阵之差作为目标函数，这样，就解决 LDA 中存在的因类内散布矩阵奇异而无法求解的问题.

近年来，人们发现高维数据集往往位于一个低维的非线性流形上[5]，而流形学习算法[5] 能够有效地对这种非线性低维几何结构的数据集进行维数约简. 但是，经典的流行学习算法都是批处理的，当有新的测试点加入且需计算其低维坐标时，需重新运算整个算法，这样很明显是不合理的. 保局投影(Locality Preserving Projection，LPP)[6] 算法为解决这个问题开辟一条新路. LPP 在投影时不仅能保持样本间的几何信息，同时也可得到一个线性投影矩阵，利用这个矩阵，新的测试点可方便地得到其低维坐标. 结合 Fisher 准则和 LPP 算法，Yu 等[7] 提出鉴别保局投影(Discriminant LPP，DLPP) 算法. 但是同 LDA 算法类似，DLPP 算法也无法直接应用于高维小样本问题(如人脸识别) . 因此为了能使用 DLPP 算法，往往需先用 PCA 对样本进行降维，但是这样做会损失鉴别信息且会改变样本的流形分布. 在文献[8]中提出一种零空间鉴别保局投影算法(Null Space Discriminant LPP，NDLPP) ，但是 NDLPP 算法仅利用零空间内的鉴别信息. 为了能完整利用零空间和主元空间的信息，在文献[9]中提出一种完备的鉴别保局投影算法(Complete Discriminant LPP，CDLPP) ，由于 CDLPP 算法综合提取了保局类内散布的零空间的不规则鉴别特征和保局类内散布的主元空间的规则鉴别特征，使得 CDLPP 算法在人脸识别中具有更高的识别率. 但是 CDLPP 算法依然存在以下 2 点不足: 1) CDLPP 算法需多次使用奇异值分解(SVD) 和一次广义特征值分解来求解零空间和主元空间的鉴别特征，与矩阵的 QR 分解相比，对矩阵进行奇异值分解效率较低[10]，因此当样本数较多时，CDLPP 算法的效率较低，求解时间长; 2) CDLPP 算法并未考虑如何更有效地对获得的规则鉴别特征和不规则鉴别特征进行融合，只是简单地将其串联拼接起来.

在本文中，我们提出一种快速的完备鉴别保局投影算法(Fast CDLPP，FCDLPP) ，FCDLPP 算法只需使用一次瘦 QR 分解就可求得保局类内散布的零空间的鉴别矢量，然后再进行一次广义特征值分解求得保局类内散布的主元空间的鉴别矢量. 与 CDLPP 算法相比，FCDLPP 算法的效率要高得多. 另外，我们对获得的零空间的规则鉴别特征和非零空间的不规则鉴别特征进行融合，使得 FCDLPP 算法比 CDLPP 算法有更高的识别率. 在 ORL 和 PIE 人脸数据库上的实验验证 FCDLPP 算法的有效性.

2 完备鉴别保局投影

设 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_m\} \in \mathbf{R}^{n\times m}$ 为训练样本集，其中，n 为样本的维数，m 为样本数. 设高维数据 x 到低维数据 y 的线性映射为 $\Phi \in \mathbf{R}^{n\times l}$ ($l \ll n$) ，则 DLPP[7,9] 算法的目标函数可表示为

$$J(\boldsymbol{\Phi}) = \frac{\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\boldsymbol{H}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}}{\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{L}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}},$$

其中，$\boldsymbol{F} = [\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \cdots, \boldsymbol{f}_C]$，$C$ 为类别数，

$$f_i = \frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i} \boldsymbol{x}_k^i$$

为高维空间中第 i 类样本的均值，m_i 为第 i 类的样本数;

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{E} - \boldsymbol{B},\ \boldsymbol{B} = [B_{ij}],\ i, j = 1, 2, \cdots, C;$$

$$B_{ij} = \exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{f}_i - \boldsymbol{f}_j\|^2}{\sigma^2}\right),$$

$\boldsymbol{E}$ 为对角矩阵，对角元素

$$E_{ii} = \sum\nolimits_j B_{ij};\quad \boldsymbol{L} = \boldsymbol{D} - \boldsymbol{W},$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_1 & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_2 & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{D}_c \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_c \end{bmatrix},$$

$W_c = [W_{ij}^c], i,j = 1,2,\cdots,m_c;\ c = 1,2,\cdots\cdots,C;$

$W_{ij}^c = \exp\left(-\frac{\| x_i^c - x_j^c \|^2}{\sigma^2}\right)$，

$D_c(c = 1,2,...,C)$ 为对角矩阵，对角元素为

$$D_{ii}^c = \sum_j W_{ij}^c.$$

为了利用所有的鉴别信息，在文献[9]中提出CDLPP 算法. 设 $S_w^L = XLX^T$ 为保局类内散布，$S_b^L = FHF^T$ 为保局类间散布，$S_t^L = S_b^L + S_w^L$ 为保局总体散布. 设 L 和 H 的特征值分解为

$$L = P_L \begin{bmatrix} \Lambda_L & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P_L^T,\quad H = P_H \begin{bmatrix} \Lambda_H & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P_H^T,$$

其中，$\Lambda_L \in \mathbf{R}^{q_L \times q_L}$ 为对角阵，其对角元素为矩阵 L 大于 0 的特征值，$q_L = rank(L)$，P_L 为实正交矩阵；$\Lambda_H \in \mathbf{R}^{q_H \times q_H}$ 为对角阵，其对角元素为矩阵 H 大于 0 的特征值，$q_H = rank(H)$，P_H 为实正交矩阵. 则 S_w^L，S_b^L 和 S_t^L 可重新定义为

$$\begin{aligned} &S_w^L = XLX^T = H_w H_w^T,\ S_b^L = FHF^T = H_b H_b^T, \\ &S_t^L = S_w^L + S_b^L = H_t H_t^T, \end{aligned} \tag{1}$$

其中

$$H_w = XP_L \begin{bmatrix} \Lambda_L^{1/2} \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times q_L},$$

$$H_b = FP_H \begin{bmatrix} \Lambda_H^{1/2} \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times q_H},$$

$$H_t = [H_w \quad H_b] \in \mathbf{R}^{n \times (q_L + q_H)}.$$

CDLPP 算法流程如下.

算法 1　CDLPP 算法

输入　训练样本集 X

输出　鉴别矢量矩阵 Φ

step 1　计算矩阵 H_w 和 H_b；

step 2　对矩阵 H_t 进行瘦奇异值分解：$H_t = U_1 \Sigma_t V_1^T$，其中 $\Sigma_t \in \mathbf{R}^{q_T}$ 为对角阵且 $q_T = rank(H_t)$；

step 3　计算矩阵：$\tilde{H}_b = U_1^T H_b$ 和 $\tilde{H}_w = U_1^T H_w$；

step 4　对矩阵 $\tilde{H}_w$ 进行奇异值分解以得到 $\tilde{H}_w$ 的零空间 U_{ir} 和主元空间 U_r；

step 5　对矩阵 $U_{ir}^T \tilde{H}_b$ 进行瘦奇异值分解以得矩阵 $U_{ir}^T \tilde{H}_b \tilde{H}_b^T U_{ir}$ 的特征向量矩阵 M_{ir}；对矩阵 $(U_r^T \tilde{H}_w \tilde{H}_w^T U_r)^{-1} U_r^T \tilde{H}_b \tilde{H}_b^T U_r$ 进行特征值分解以得到其特征向量矩阵 M_r；

step 6　$\Phi = [\Phi_{ir} \quad \Phi_r]$，其中 $\Phi_{ir} = U_1 U_{ir} M_{ir}$，$\Phi_r = U_1 U_r M_r$ 分别为保局类内散布 S_w^L 零空间和主元空间的鉴别矢量矩阵.

由 CDLPP 的算法流程可看出，为求得 Φ，在求得 H_w 和 H_b 后仍需进行 3 次奇异值分解和一次广义特征值分解，并且还有多次矩阵乘法.

3　快速的完备鉴别保局投影

3.1　基本思想和理论

CDLPP 算法综合利用保局类内散布的零空间的鉴别信息和保局类内散布的主元空间的鉴别信息，而求解保局类内散布 S_w^L 零空间的鉴别矢量相当于求解

$$\begin{cases} \Phi_{ir} = \arg\max trace(\Phi_{ir}^T S_b^L \Phi_{ir}) \\ \Phi_{ir}^T S_w^L \Phi_{ir} = 0,\ \Phi_{ir}^T \Phi_{ir} = I \end{cases} \tag{2}$$

由于 H_t 的零空间不含有鉴别信息，因此鉴别矢量 Φ_{ir} 应位于 H_t 的主元空间内[8]；另外很明显鉴别矢量 Φ_{ir} 也应位于 S_w^L 的零空间内，因此鉴别矢量 Φ_{ir} 应位于 H_t 的主元空间和 S_w^L 的零空间的交集内. 而求解保局类内散布 S_w^L 主元空间的鉴别信息相当于求解

$$\begin{cases} \Phi_r = \arg\max trace((\Phi_r^T S_w^L \Phi_r)^{-1} \Phi_r^T S_b^L \Phi_r) \\ \Phi_r^T S_w^L \Phi_r \neq 0 \end{cases} \tag{3}$$

类似地，由于 H_t 的零空间不含有鉴别信息，鉴别矢量 Φ_r 应位于 H_t 的主元空间内[8]；另外鉴别矢量 Φ_r 也应位于 S_w^L 的主元空间内，因此鉴别矢量 Φ_r 应位于 H_t 的主元空间和 S_w^L 的主元空间的交集内.

设 $\overline{H_t(0)}$ 表示 H_t 的主元空间，$S_w^L(0)$ 表示 S_w^L 的零空间，$\overline{S_w^L(0)}$ 表示 S_w^L 的主元空间，则 $\overline{H_t(0)} \cap S_w^L(0)$ 表示 H_t 的主元空间和 S_w^L 的零空间的交集，其维数为 $q_T - q_L$；$\overline{H_t(0)} \cap \overline{S_w^L(0)}$ 表示 H_t 的主元空间和 S_w^L 的主元空间的交集，其维数为 q_L.

定理 1　设矩阵 $H_t = [H_w \quad H_b] \in \mathbf{R}^{n \times (q_L + q_H)}$ 的瘦 QR 分解为

$$[H_w \quad H_b] = [Q_1 \quad Q_2] \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix},$$

其中，$Q_1 \in \mathbf{R}^{n \times q_L}$，$Q_2 \in \mathbf{R}^{n \times (q_T - q_L)}$ 且 $[Q_1\ Q_2]^T [Q_1\ Q_2] = I$，$R_{11} \in \mathbf{R}^{q_L \times q_L}$ 和 $R_{22} \in \mathbf{R}^{(q_T - q_L) \times q_H}$ 为满行秩矩阵，则 Q_1 张成的子空间即为 $\overline{H_t(0)} \cap \overline{S_w^L(0)}$，而 Q_2 张成的子空间为 $\overline{H_t(0)} \cap S_w^L(0)$.

证明　由于 $[Q_1 \quad Q_2]^{\mathrm{T}}[Q_1 \quad Q_2] = I$,则有

$$[Q_1 \quad Q_2]^{\mathrm{T}}[H_w \quad H_b] = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

由上式可知

$$Q_2^{\mathrm{T}} H_w = 0 \tag{5}$$

和

$$Q_1^{\mathrm{T}} H_w = R_{11} \tag{6}$$

由式(1)和式(5)可知

$$Q_2^{\mathrm{T}} S_w^L Q_2 = Q_2^{\mathrm{T}} H_w H_w^{\mathrm{T}} Q_2 = 0,$$

很明显,矩阵 $[Q_1 \quad Q_2]$ 为 H_t 的正交基,也就是说 Q_2 位于$\overline{H_t(0)}$内,因此 Q_2 张成的子空间为$\overline{H_t(0)} \cap S_w^L(0)$. 由式(1)和式(6)可知

$$Q_1^{\mathrm{T}} S_w^L Q_1 = Q_1^{\mathrm{T}} H_w H_w^{\mathrm{T}} Q_1 = R_{11} R_{11}^{\mathrm{T}},$$

由于 R_{11} 为满行秩矩阵,因此 $R_{11}R_{11}^{\mathrm{T}}$ 为非奇异矩阵,且

$$Q_1^{\mathrm{T}} S_w^L Q_1 = R_{11} R_{11}^{\mathrm{T}} \neq 0,$$

很明显,Q_1 位于$\overline{H_t(0)}$内,因此 Q_1 张成的子空间为$\overline{H_t(0)} \cap \overline{S_w^L(0)}$ 证毕.

下面考虑如何求解式(2),也即如何求解 Φ_{ir}. 由定理 1 可知,Q_2 张成的子空间为$\overline{H_t(0)} \cap S_w^L(0)$,由于$Q_2^{\mathrm{T}} Q_2 = I$,因此 Q_2 为空间$\overline{H_t(0)} \cap S_w^L(0)$的正交基.

定理 2　Q_2 即为式(2)的最优解,也即 $\Phi_{ir} = Q_2$.

证明　S_b^L 在空间$\overline{H_t(0)} \cap S_w^L(0)$的投影为 $\widetilde{S}_b^L = Q_2^{\mathrm{T}} S_b^L Q_2$ 因此最大化式(2)等价于最大化 $trace(\Omega_{ir}^{\mathrm{T}} \widetilde{S}_b^L \Omega_{ir})$ 其中,$\Phi_{ir} = Q_2 \Omega_{ir}$. 由式(4)可知 $Q_2^{\mathrm{T}} H_b = R_{22}$,因此有

$$\begin{aligned} trace(\Omega_{ir}^{\mathrm{T}} \widetilde{S}_b^L \Omega_{ir}) &= trace(\Omega_{ir}^{\mathrm{T}} Q_2^{\mathrm{T}} S_b^L Q_2 \Omega_{ir}) \\ &= trace(\Omega_{ir}^{\mathrm{T}} Q_2^{\mathrm{T}} H_b H_b^{\mathrm{T}} Q_2 \Omega_{ir}) \\ &= trace(\Omega_{ir}^{\mathrm{T}} R_{22} R_{22}^{\mathrm{T}} \Omega_{ir}), \end{aligned} \tag{7}$$

由于 R_{22} 为满行秩矩阵,因此 $R_{22}R_{22}^{\mathrm{T}}$ 为非奇异矩阵,很明显,此时 $R_{22}R_{22}^{\mathrm{T}}$ 为正定矩阵. 设 $R_{22}R_{22}^{\mathrm{T}}$ 的特征值分解为

$R_{22}R_{22}^{\mathrm{T}} = P_{ir} \Sigma_{ir} P_{ir}^{\mathrm{T}}$, $\Sigma_{ir} = diag(\lambda_1^{ir}, \lambda_2^{ir}, \ldots, \lambda_{q_T - q_L}^{ir})$, $\lambda_1^{ir} \geqslant \lambda_2^{ir} \geqslant \cdots \geqslant \lambda_{q_T - q_L}^{ir} > 0$

为 $R_{22}R_{22}^{\mathrm{T}}$ 的特征值,P_{ir} 为相对应的特征向量矩阵. 很明显 $\Omega = P_{ir}$ 为使式(7)最大的投影矩阵,也就是说 $Q_2 P_{ir}$ 为使式(2)最大的投影矩阵. 易知 P_{ir} 为正交阵,由于 $trace(AB) = trace(BA)$,因此又有

$$trace(P_{ir}^{\mathrm{T}} Q_2^{\mathrm{T}} S_b^L Q_2 P_{ir}) = trace(Q_2^{\mathrm{T}} S_b^L Q_2),$$

也就是说 Q_2 也是使式(2)最大的投影矩阵. 证毕.

最后考虑如何求解式(3),也即如何求解 Φ_r. 由定理 1 可知,Q_1 张成的子空间即为$\overline{H_t(0)} \cap \overline{S_w^L(0)}$,由于 $Q_1^{\mathrm{T}} Q_1 = I$,因此 Q_1 为空间$\overline{H_t(0)} \cap \overline{S_w^L(0)}$的正交基. 则 S_b^L 和 S_w^L 在空间$\overline{H_t(0)} \cap \overline{S_w^L(0)}$的投影分别为

$$\widetilde{S}_b^L = Q_1^{\mathrm{T}} S_b^L Q_1, \ \widetilde{S}_w^L = Q_1^{\mathrm{T}} S_w^L Q_1,$$

因此最大化式(3)等价于最大化

$$trace((\Omega_r^{\mathrm{T}} \widetilde{S}_b^L \Omega_r)^{-1} \Omega_r^{\mathrm{T}} \widetilde{S}_b^L \Omega_r), \tag{8}$$

其中 $\Phi_r = Q_1 \Omega_r$. 另外由式(4)可知

$$Q_1^{\mathrm{T}} H_w = R_{11}, \ Q_1^{\mathrm{T}} H_b = R_{12},$$

因此有

$Q_1^{\mathrm{T}} S_b^L Q_1 = Q_1^{\mathrm{T}} H_b H_b^{\mathrm{T}} Q_1 = R_{12} R_{12}^{\mathrm{T}}$, $Q_1^{\mathrm{T}} S_w^L Q_1 = R_{11} R_{11}^{\mathrm{T}}$,

由于 R_{11} 为满行秩矩阵,因此 $R_{11}R_{11}^{\mathrm{T}}$ 为非奇异矩阵. 因此式(8)等价于

$$trace((\Omega_r^{\mathrm{T}} R_{11} R_{11}^{\mathrm{T}} \Omega_r)^{-1} \Omega_r^{\mathrm{T}} R_{12} R_{12}^{\mathrm{T}} \Omega_r), \tag{9}$$

很明显,使式(9)最大化的最优投影矩阵 Ω_r 可通过求解广义特征值分解问题得到,即

$$(R_{12} R_{12}^{\mathrm{T}}) P_r = \Sigma_r (R_{11} R_{11}^{\mathrm{T}}) P_r, \tag{10}$$

其中,

$\Sigma_r = diag(\lambda_1^r, \lambda_2^r, \cdots, \lambda_{q_L}^r)$, $\lambda_1^r \geqslant \lambda_2^r \geqslant \cdots \geqslant \lambda_{q_L}^r \geqslant 0$

为$(R_{11}R_{11}^{\mathrm{T}})^{-1} R_{12} R_{12}^{\mathrm{T}}$ 的特征值,P_r 为相对应的特征向量矩阵,因此$\Phi_r = Q_1 P_r$为使式(3)最大的投影矩阵.

综合前面的分析,下面给出 FCDLPP 算法具体步骤.

算法 2　FCDLPP 算法

输入　训练样本集 X

输出　鉴别矢量矩阵 Φ

step 1　计算矩阵 H_w 和 H_b;

step 2　利用定理 1 对矩阵 $H_t = [H_w \quad H_b]$ 进行瘦 QR 分解;

step 3　对矩阵$(R_{11}R_{11}^{\mathrm{T}})^{-1} R_{12} R_{12}^{\mathrm{T}}$ 进行特征值分解以得到其特征向量矩阵 P_r;

step 4　$\Phi = [\Phi_{ir} \quad \Phi_r]$,其中 $\Phi_{ir} = Q_2$,$\Phi_r = Q_1 P_r$ 分别为矩阵 S_w^L 零空间和主元空间的鉴别矢量矩阵.

由 FCDLPP 的算法流程可看出,为求得 Φ,在求得 H_w 和 H_b 后只需进行 1 次瘦 QR 分解、1 次广义特征值分解,矩阵乘法的次数也比 CDLPP 的次数要少的多. 因此,FCDLPP 比 CDLPP 算法的效率要高(详细的算法复杂度分析见实验部分).

3.2　两种鉴别特征的融合

设 x_i^c 为第 c 类的一训练样本,则 x_i^c 经过鉴别矢

量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{ir}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_r$ 投影得到的特征为

$$y_i^c = \boldsymbol{\Phi}_{ir}^{\mathrm{T}} x_i^c, \; z_i^c = \boldsymbol{\Phi}_r^{\mathrm{T}} x_i^c.$$

由于 $\boldsymbol{\Phi}_{ir}$ 为零空间的鉴别矢量矩阵,因此 y_i^c 实际上为零空间的不规则鉴别特征;而 $\boldsymbol{\Phi}_r$ 为主元空间的鉴别矢量矩阵,因此 z_i^c 为主元空间的规则鉴别特征. 设 x_{test} 为一测试样本,则 x_{test} 经过鉴别矢量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{ir}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_r$ 投影得到的特征为

$$\boldsymbol{y}_{\text{test}} = \boldsymbol{\Phi}_{ir}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_{\text{test}}, \quad z_{\text{test}} = \boldsymbol{\Phi}_r^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_{\text{test}},$$

则 y_{test} 和 y_i^c 的距离和 z_{test} 和 z_i^c 的距离可分别表示为

$$d_{ir}(\boldsymbol{y}_{\text{test}}, \boldsymbol{y}_i^c) = \| \boldsymbol{y}_{\text{test}} - \boldsymbol{y}_i^c \|,$$

$$d_r(z_{\text{test}}, z_i^c) = \| z_{\text{test}} - z_i^c \|,$$

这里,采用文献[11]的方法对 $d_{ir}(y_{\text{test}}, y_i^c)$ 和 $d_r(z_{\text{test}}, z_i^c)$ 进行融合,即

$$d(\boldsymbol{x}_{\text{test}}, \boldsymbol{x}_i^c) = \frac{d_{ir}(\boldsymbol{y}_{\text{test}}, \boldsymbol{y}_i^c)}{\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{m_i} d_{ir}(\boldsymbol{y}_{\text{test}}, \boldsymbol{y}_i^c)} + \mu \frac{d_r(z_{\text{test}}, z_i^c)}{\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{m_i} d_r(z_{\text{test}}, z_i^c)},$$

其中 μ 为融合系数.

4 实验及结果分析

为了验证 FCDLPP 算法在人脸识别中的有效性,我们在 ORL 和 PIE 等人脸图像库上进行充分实验,比较 FCDLPP 算法与 CDLPP[9], LDA[2], LPP[6], DLPP[7] 算法的分类识别性能. 对于 LDA、LPP 和 DLPP 算法在 PCA 降维时保留 98% 的能量. 在实验中使用的分类器是最近邻分类器.

4.1 实验中所选用的数据库

ORL 人脸图像库由 40 名志愿者的 400 幅图像组成. 每名志愿者均在姿态、表情和面部饰物等变化的条件下采集 10 幅大小为 92 × 112 像素的图像. 在本文的实验中,图像被处理成 32 × 32 的形式. PIE 人脸实验库由 68 人的 41 368 幅不同姿态、不同光照、不同表情的图像组成. 我们选择其中的 C29 子库进行实验,该子库包含 68 个人的 1 632 幅图像(每个人 24 幅图像). 实验中,图像处理成 64 × 64 的形式.

4.2 人脸识别性能对比

在这一小节中,我们在 ORL 库和 PIE 子库上比较本文提出的 FCDLPP 算法和 CDLPP、DLPP、LPP、LDA 算法的识别性能. 其中 FCDLPP1 指未进行特征融合的 FCDLPP 算法,而 FCDLPP2 算法则指进行特征融合的 FCDLPP 算法,其中融合系数 μ 的取值范围为[0.85, 0.95]. 随机在 ORL 库中选择 i(i = 6, 7, 8),在 PIE 库中选择 i(i = 3, 4)幅图像作为训练样本,剩余的图像作为测试样本. 每组实验均重复 20 次,实验结果见表 1 和表 2,表中给出 20 次实验的平均识别率和标准方差.

表 1 在 ORL 人脸库中不同方法的识别率对比

Table 1 Recognition rate comparison on ORL face database by different methods

样本数	LDA	LPP	DLPP	CDLPP	FCDLPP1	FCDLPP2
6	96.5 ± 1.5	96.7 ± 1.5	96.9 ± 1.6	97.5 ± 1.5	97.5 ± 1.5	98.0 ± 1.4
7	97.3 ± 2.1	97.7 ± 1.5	97.8 ± 1.7	98.0 ± 1.5	98.0 ± 1.5	98.3 ± 1.4
8	98.2 ± 1.1	98.6 ± 1.1	98.7 ± 1.0	98.9 ± 1.2	98.9 ± 1.2	99.1 ± 1.0

表 2 在 PIE 人脸库中不同方法的识别率对比

Table 2 Recognition rate comparison on PIE face database by different methods

样本数	LDA	LPP	DLPP	CDLPP	FCDLPP1	FCDLPP2
3	83.9 ± 1.3	84.1 ± 1.3	84.1 ± 1.3	85.7 ± 1.3	85.7 ± 1.3	86.1 ± 1.2
4	87.6 ± 1.1	87.7 ± 0.9	87.8 ± 1.0	88.8 ± 1.1	88.8 ± 1.1	89.3 ± 1.1

由实验结果可看出,FCDLPP1 算法的识别性能与 CDLPP 算法识别性能相同,这也证实前文的理论分析,即虽然 FCDLPP 和 CDLPP 算法的求解方法不同,但实质上是等价的. FCDLPP2 算法的识别率最高,这主要是由于 FCDLPP2 算法即利用全部的鉴别信息,又进行特征的融合,因此使得其识别率最高.

接下来比较 FCDLPP 和 CDLPP 算法的效率. 我们比较这两种算法的算法复杂度. 由于 FCDLPP 和 CDLPP 的第一步都是计算 H_w 和 H_b,因此没有列出这一步的复杂度.

1) CDLPP 算法的复杂度.

step 2 为 $14n(q_L + q_H)^2 - 2(q_L + q_H)^3$;

step 3 为 $2q_T n(q_L + q_H)$;

step 4 为 $14q_T q_L^2 - 2q_L^3$;

step 5 为 $2(q_T - q_L)q_T q_H + 14(q_T - q_L)q_H^2 - 2q_H^3 + 2q_T q_L^2 + 2q_L^3 + 2q_T q_L q_H + 2q_H q_L^2 + 14q_L^3$;

step 6 为 $2nq_T(q_T - q_L) + 2q_T(q_T - q_L)^2 + 2nq_T q_L + 2q_T q_L{}^2$.

2) FCDLPP 算法的复杂度.

step 2 为 $4n(q_L + q_H)^2 - \frac{4}{3}(q_L + q_H)^3$;

step 3 为 $2q_L^3 + 2q_H q_L^2 + 14q_L^3$;

step 4 为 $2nq_T q_L$.

从复杂度分析可看出,FCDLPP 比 CDLPP 算法

要高效. 下面在 ORL 和 PIE 人脸数据库上来实际比较这两种算法的效率. 由于 ORL 库的人脸图像处理成 32 ×32,因此其样本维数为 1 024,每个人分别选取 6、7 和 8 幅图像进行实验,因此其训练样本数分别为 240、280 和 320; PIE 库的人脸图像处理成 64 ×64,因此其样本维数为 4 096,每个人分别选取 3 和 4 幅图像进行实验,因此其训练样本数分别为 204 和 272. 表 3 记录 CDLPP 和 FCDLPP 算法抽取零空间和主元空间鉴别矢量矩阵所需时间. 编程环境为 Matlab 7.0,所用计算机的内存为 896MB,CPU 为 Intel Pentium 双核处理器,主频为 1.67GHz. 从表 3 可看出, FCDLPP 算法比 CDLPP 算法所需的时间要少. 这也证实前面的理论分析.

表 3 CDLPP 和 FCDLPP 算法运行时间对比

Table 3 CPU running time comparison of CDLPP and FCDLPP

数据集	样本维数	训练样本数	CDLPP	FCDLPP
ORL_32 ×32	1024	240	1.641	0.578
ORL_32 ×32	1024	280	2.422	0.828
ORL_32 ×32	1024	320	3.391	1.094
PIE_64 ×64	4096	204	3.609	1.796
PIE_64 ×64	4096	272	6.203	2.812

5 结束语

本文针对完备鉴别保局投影算法(CDLPP) 所存在的缺点,提出一种快速的完备鉴别保局投影(FCDLPP) 算法. 在求 H_w 和 H_b 后,FCDLPP 算法只需使用一次瘦 QR 分解就可求得保局类内散布的零空间的鉴别矢量,然后再进行一次广义特征值分解求得保局类内散布的主元空间的鉴别矢量,与 CDLPP 算法,FCDLPP 算法的效率要高得多. 另外,我们对获得的零空间的规则鉴别特征和非零空间的不规则鉴别特征进行融合,使得 FCDLPP 算法比 CDLPP 算法有更高的识别率.

在本文中,我们只是凭经验对融合系数 μ 进行取值,因此下一步的工作是如何自适应的对 μ 进行取值.

参 考 文 献

[1] Duda R O, Hart P E, Stork D G. Pattern Classification. 2nd Edition. New York,USA: John Wiley & Sons, 2000

[2] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition Using Class Specific Linear Projection. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19 (7): 711 -720

[3] Chen Lifen, Liao Hongyuan, Ko M T, *et al*. A New LDA-Based Face Recognition System Which Can Solve the Small Sample Size Problem. Pattern Recognition, 2000, 33(10): 1713 -1726

[4] Li Haifeng, Jiang Tao, Zhang Keshu. Efficient and Robust Feature Extraction by Maximum Margin Criterion. IEEE Trans on Neural Networks, 2006, 7(1): 157 -165

[5] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear Dimensionality Reduction by Locally Linear Embedding. Science, 2000, 290(5500): 2323 -2326.

[6] He Xiaofei, Yan Shuicheng, Hu Yuxiao, *et al*. Face Recognition Using Laplacianfaces. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3): 328 -340

[7] Yu Weiwei, Teng Xiaolong, Liu Chongqing. Face Recognition Using Discriminant Locality Preserving Projections. Image and Vision Computing, 2006, 24(3): 239 -248.

[8] Yang Liping, Gong Weiguo, Gu Xiaohua, *et al*. Bagging Null Space Locality Preserving Discriminant Classifiers for Face Recognition. Pattern Recognition, 2009, 42(9): 1853 -1858

[9] Yang Liping, Gong Weiguo, Gu Xiaohua, *et al*. Complete Discriminant Locality Preserving Projections for Face Recognition. Journal of Software, 2010, 21(6): 1277 -1286 (in Chinese)
(杨利平,龚卫国,辜小花,等. 完备鉴别保局投影人脸识别算法. 软件学报, 2010, 21(6): 1277 -1286)

[10] Golub G H, van Loan C F. Matrix Computations. 3rd Edition. Baltimore, USA: The Johns Hopkins University Press, 1996

[11] Yang Jian, Frangi A F, Yang Jingyu, *et al*, KPCA Plus LDA: A Complete Kernel Fisher Discriminant Framework for Feature Extraction and Recognition. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(2): 230 -244