9

# 基于余弦角距离的主成分分析与核主成分分析

殷 俊,周静波,金 忠 YIN Jun,ZHOU Jingbo,JIN Zhong

#### 南京理工大学 计算机科学与技术学院,南京 210094

School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China E-mail:yinjun8429@163.com

YIN Jun, ZHOU Jingbo, JIN Zhong. Principal component analysis and kernel principal component analysis based on cosine angle distance. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(3):9-12.

Abstract: Principal Component Analysis (PCA) and Kernel Principal Component Analysis (KPCA) are both proposed based on Euclidean distance which is sensitive to outlier. Cosine angle distance is more robust to outlier and has better performance in many cases. This paper utilizes the superiority of cosine angle distance sufficiently and proposes two new feature extraction algorithms——Principal Component Analysis based on Cosine (PCAC) angle distance and Kernel Principal Component Analysis based on Cosine (KPCAC) angle distance. Experiments on YALE face database and the PolyU palmprint database show the superiority of PCAC over PCA and the effectiveness of KPCAC.

Key words: Principal Component Analysis(PCA); Kernel Principal Component Analysis(KPCA); Euclidean distance; cosine angle distance

摘 要:PCA和KPCA都是基于欧氏距离提出的,这种距离对离群数据点比较敏感,而余弦角距离对离群数据更为鲁棒,在很多 情况下具有更好的性能。充分利用余弦角距离的优势,提出两种新的特征抽取算法——基于余弦角距离的主成分分析(PCAC) 和基于余弦角距离的核主成分分析(KPCAC)。在YALE人脸数据库与PolyU掌纹数据库上的实验表明,PCAC比PCA取得了更 好的效果,KPCAC也表现出了很好的性能。

关键词:主成分分析;核主成分分析;欧氏距离;余弦角距离

DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2011.03.003 文章编号:1002-8331(2011)03-0009-04 文献标识码:A 中图分类号:TP391.4

## 1 引言

维数约减在统计模式识别中占据着重要地位,通过维数 约减,可以减少特征的维数从而避免维数灾难,并且可以获取 最有利于识别的特征。特征抽取和特征选择<sup>[1]</sup>是两种最重要 的维数约减方法,特征选择直接从高维特征中选择一些最有 效的特征以达到减少特征维数的目的,而特征抽取则使用线 性或非线性变换将原有的数据变换到特征维数更少的数据空 间。主成分分析(PCA)<sup>[2]</sup>是其中一种经典的特征抽取方法,它 寻找一组能够最有效表示原数据的标准正交基,将相应的表 示系数作为新特征。由于PCA简单有效,它被广泛运用于人脸 识别<sup>31</sup>、掌纹识别等高维模式识别问题中。

PCA是一种线性变换算法,它对线性不可分数据往往效 果不理想,为此B.Schölkopf等提出核主成分分析(KPCA)<sup>[4]</sup>。 KPCA首先通过非线性映射将原数据映射到高维空间,在高维 空间中数据变得线性可分,此时再执行PCA算法。数据在高 维空间中的表示无法直接求得,为此KPCA使用核技巧,利用 数据在高维空间中的内积来执行算法,而高维空间中的内积 可以通过给定的核函数求得。

PCA和KPCA都是基于欧氏距离的,在寻找最优表示基时,它们用欧氏距离衡量原数据与由标准正交基线性组合而成的新数据的误差。欧氏距离对离群数据点比较敏感,而余弦角距离则对离群数据点较为鲁棒,在许多现实应用中,余弦角距离比欧氏距离显示出了更好的分类性能。文中,用余弦角距离衡量误差,从而提出两种新的特征抽取方法——基于余弦角距离的主成分分析(PCAC)以及它的核版本:基于余弦角距离的核主成分分析(KPCAC),即利用核函数在高维空间中执行PCAC算法。在人脸识别<sup>677</sup>和掌纹识别<sup>185</sup>实验中,PCAC显示出比PCA更好的性能,KPCAC也取得了不错的效果。

首先介绍PCA和KPCA算法,然后对欧氏距离和余弦角距离作了比较分析,基于PCA的思想提出PCAC算法和KPCAC算法,给出了PCA、PCAC、KPCA与KPCAC算法的识别比较实验,最后对全文进行总结。

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60632050, No.60873151, No.60973098)。

作者简介:殷俊(1984—),男,博士研究生,研究方向为模式识别、机器学习等;周静波(1983—),男,博士研究生,研究方向为机器学习、图像处理 等;金忠(1961—),男,博士,教授,博士生导师,研究方向为模式识别、图像分析、计算机视觉等。

收稿日期:2010-09-26 修回日期:2010-12-03

# 2 PCA和KPCA

## 2.1 PCA

PCA试图寻找这样的一组标准正交基:使用这组基的线性组合来表示原数据时,新表示数据与原数据具有最小均方误差。此问题可以化简为求解数据的总体散布矩阵 *S*, 的特征向量问题。*S*, 定义如下:

$$\boldsymbol{S}_{t} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (\boldsymbol{x}_{i} - \boldsymbol{m}) (\boldsymbol{x}_{i} - \boldsymbol{m})^{\mathrm{T}} \in R^{n \times n}$$
(1)

其中 *M* 是训练样本的个数,  $x_i$  表示第 *i* 个训练样本, *m* 为训 练样本的均值, *n* 为数据的维数。若要获得 q(q < n) 个标准正 交基,则只需求解 *S<sub>i</sub>* 的对应前 q 个最大特征值对应的特征向 量  $w_l(l=1,2,...,q)$ 。样本  $x_j$  经过 PCA 运算后的第 *l* 个新特 征  $y_i$ 为:

$$\mathbf{y}_{i}^{l} = \mathbf{w}_{l}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}_{i} - \mathbf{m}) \ (l = 1, 2, \cdots, q)$$
 (2)

#### 2.2 KPCA

KPCA首先利用非线性映射 $\phi$ 将数据映射到高维空间,样本 x在高维空间中变为 $\phi(x)$ ,接着在高维空间中执行PCA算法。高维空间中的总体协方差矩阵 $\hat{S}$ ,可表示为:

$$\tilde{\boldsymbol{S}}_{t} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (\phi(\boldsymbol{x}_{i}) - \tilde{\boldsymbol{m}}) (\phi(\boldsymbol{x}_{i}) - \tilde{\boldsymbol{m}})^{\mathrm{T}}$$
(3)

其中  $\tilde{\boldsymbol{m}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \phi(\boldsymbol{x}_i)$  为高维空间中训练样本的均值。此时执行PCA需要求解特征方程。

$$\tilde{S}_{,w} = \lambda w \tag{4}$$

由于无法直接求得  $\phi(x)$ ,特征方程(4)不能直接求解。如 文献[4]所述,利用 w 可以表示为:

$$\boldsymbol{w} = \sum_{i=1}^{M} p_i (\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}_i) - \tilde{\boldsymbol{m}})$$
(5)

并且根据高维空间中数据间的内积可以通过核函数 k(x, y) 求得,即有

$$\phi(\mathbf{x}_i)^{\mathrm{T}}\phi(\mathbf{x}_j) = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \mathbf{K}_{ij} \ (i, j = 1, 2, \cdots, M)$$
(6)

方程(4)可以转化为:

 $\tilde{K}p = M\lambda p = \tilde{\lambda}p$ 

其中向量  $p = (p_1, p_2, \dots, p_M), \tilde{\lambda} = M \lambda$ , 矩阵  $\tilde{K} = K - \mathbf{1}_M K - K \mathbf{1}_M + \mathbf{1}_M K \mathbf{1}_M$ ,  $\mathbf{1}_M$  为所有元素均为  $\frac{1}{M}$  的  $M \times M$  大小的矩阵。一般 投影向量 w 满足约束:  $w^{\mathsf{T}} w = 1$ , 如对于第 l 个投影向量  $w_l$ , 应该 满足:

$$\boldsymbol{w}_{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{l} = \sum_{i,j=1}^{M} p_{i}^{l} p_{j}^{l} (\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}_{i}) - \tilde{\boldsymbol{m}})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}_{j}) - \tilde{\boldsymbol{m}}) = \sum_{i,j=1}^{M} p_{i}^{l} p_{j}^{l} \tilde{\boldsymbol{K}}_{ij} = (\boldsymbol{p}^{l})^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{K}} \boldsymbol{p}^{l} = (\boldsymbol{p}^{l})^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{l} \boldsymbol{p}^{l} = \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{l} (\boldsymbol{p}^{l})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p}^{l} = 1 \quad (8)$$

样本  $x_i$  经过 KPCA 运算后的第 l 个新特征  $y_i^l$  为:

$$\mathbf{y}_{j}^{l} = \mathbf{w}_{l}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}_{j}) - \tilde{\mathbf{m}}) = \sum_{i=1}^{M} p_{i}^{l}(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}_{i}) - \tilde{\mathbf{m}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}_{j}) - \tilde{\mathbf{m}}) = \sum_{i=1}^{M} p_{i}^{l} \tilde{\mathbf{K}}_{ij}$$
(9)

# 3 欧氏距离与余弦角距离

两个数据点的欧氏距离为这两点连成的线段的长度,它 们的余弦角距离为这两点与数据原点的连线构成的夹角的大 小。对于数据点 *a* 和 *b*,它们的欧氏距离可表示为||*a*-*b*||,余 弦角距离可表示为  $\cos^{-1} \frac{\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{b}}{\|\boldsymbol{a}\| \|\boldsymbol{b}\|}$ ,其中  $\|\cdot\|$  为向量的2范数。

图1对二维数据点的欧氏距离与余弦角距离进行了比 较。图中共有两类数据,三角形点表示第一类数据,圆点表示 第二类数据,数据点4为第一类数据的离群点。从图1可以看 到,与4的欧氏距离最小的点为属于第二类的数据点C,它们 的欧氏距离为**||**4C||;与4的余弦角距离最小的点为属于第一 类的数据点B,它们的余弦角距离为∠40B。若使用最近邻分 类器进行分类,在欧氏距离下,4将被错误地分到第二类;而在 余弦角距离下,4则被正确地分到第一类。由此例可见,欧氏 距离对于离群点比余弦角距离更为敏感。



经典的PCA 是保持数据间的欧氏距离关系,因此由PCA 得到的新表示数据仍然会对离群点比较敏感;而PCAC是保持数据间的余弦角距离关系,由PCAC得到的新表示数据受离群点的影响较小。图1中的两条虚线分别展示了PCA和PCAC 的最优表示基,将数据投影到最优表示基上便可得到运算后的相应特征。容易看到,原数据投影到PCA的最优表示基上后,A仍然会被错误分类;而投影到PCAC的最优表示基后,A 则会被分类正确。

当然图1表示的是一种特殊情形,但至少表明在有些数据 分布下,余弦角距离确实比欧氏距离对于离群点具有更好的 鲁棒性。

#### 4 PCAC和KPCAC算法

本章根据 PCA 的思想同时利用余弦角距离,分别给出 PCAC算法以及它的核版本 KPCAC算法。

# 4.1 PCAC

(7)

经典的PCA通过最小化均方误差来求取最优表示基时, 使用欧氏距离来衡量新表示数据与原数据的误差。为了克服 欧氏距离对离群数据敏感的缺点,用余弦角距离代替欧氏距 离,通过新表示数据与原数据的余弦角距离描述两者的误差, 由此提出基于余弦角距离的主成分分析(PCAC)。

给定一个样本数据 x,若用一组标准正交基  $w_l(l=1,2,...,q)$ 的线性组合来表示它,则可以表示为  $\sum_{k=1}^{q} a_l w_l$ ,其中  $a_l$ 为表示 系数。此时新表示数据与原数据的余弦角距离为:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\sum_{l=1}^{q}a_{l}\mathbf{w}_{l}}{\|\mathbf{x}\| \left\|\sum_{l=1}^{q}a_{l}\mathbf{w}_{l}\right\|}\right)$$
(10)

其中 $\theta$ 为原数据x与新表示数据 $\sum_{l=1}^{4} a_l w_l$ 的夹角。根据表示系数满足 $a_l = x^T w_l$ 有

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{x}^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{q} a_{l} \mathbf{w}_{l}}{\|\mathbf{x}\| \left\| \sum_{l=1}^{q} a_{l} \mathbf{w}_{l} \right\|} = \frac{\sum_{l=1}^{q} (a_{l})^{2}}{\|\mathbf{x}\| \left\| \sum_{l=1}^{q} a_{l} \mathbf{w}_{l} \right\|} \ge 0$$
(11)

由式(11)可知, cos  $\theta$  具有非负性,所以当且仅当 (cos  $\theta$ )<sup>2</sup>取得 最大值时, cos  $\theta$  取得最大值,此时新表示数据与原数据的余 弦角距离  $\theta$  最小。因此当用余弦角距离  $\theta$  来衡量误差时,可 以通过最大化  $E((\cos \theta)^2)(E()$ 表示期望)来达到最小化均方 误差的目的,进而获取最优表示基。

由上文的分析,可以得到PCAC算法,它的主要思想:给定一 组样本  $x_i$ (*i*=1,2,…,*M*),找到一组标准正交基  $w_i$ (*l*=1,2,…,*q*), 使得  $E((\cos \theta)^2)$ 达到最大。根据期望的定义,有

$$E((\cos\theta)^{2}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (\cos\theta_{i})^{2} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (\frac{\mathbf{x}_{i}^{T} \sum_{l=1}^{2} a_{k}^{i} \mathbf{w}_{l}}{\|\mathbf{x}_{i}\| \| \sum_{l=1}^{q} a_{k}^{i} \mathbf{w}_{l} \|})^{2} \quad (12)$$

其中 $\theta_i$ 为 $\mathbf{x}_i$ 与 $\sum_{l=1}^{q} a_l^l \mathbf{w}_l$ 的夹角。由表示系数 $a_l^l = \mathbf{x}_i^T \mathbf{w}_l$ 以及 $\mathbf{w}_l$ 的标准正交性,可以得到:

$$E((\cos \theta)^{2}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \left( \frac{\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l}}{\|\mathbf{x}_{l}\|} \right)^{2} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \left( \frac{\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l}}{\|\mathbf{x}_{l}\|} \right)^{2} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \frac{(\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l})(\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l})}{\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_{i} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \frac{(\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l}) \sum_{l=1}^{q} (a_{l}^{i})^{2}}{\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_{i} \sum_{l=1}^{q} (a_{l}^{i})^{2}} = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^{M} \frac{\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l}}{\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_{i}} = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \frac{\sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l}}{\mathbf{x}_{i}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_{i}} = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^{M} \sum_{$$

其中  $W = (w_1, w_2, \dots, w_q)$ 。 令  $S = \sum_{i=1}^{M} \frac{x_i x_i^{\mathsf{T}}}{x_i^{\mathsf{T}} x_i}$ ,则使式(13)取得最

大值的 $w_l(l=1,2,\dots,q)$ ,为S对应的前q个最大特征值的特征向量。

PCAC算法总结如下:

(1)计算矩阵 
$$S = \sum_{i=1}^{M} \frac{x_i x_i^{\mathrm{T}}}{x_i^{\mathrm{T}} x_i};$$

(2)求解 S 的对应前 q 个最大特征值的特征向量 w<sub>l</sub>(l=1, 2,...,q);

(3)样本 
$$x_j$$
 经过 PCAC 运算后的第  $l$  个新特征  $y_j^l$  为:  
 $y_j^l = w_l^T x_j$  (14)

#### 4.2 KPCAC

KPCAC 算法是 PCAC 的核版本,与 KPCA 类似, KPCAC 在高维空间中执行 PCAC 算法。对于样本  $x_i$ (*i*=1,2,…,*M*), KPCAC 首先通过非线性映射  $\phi$  将其变换到高维空间得到  $\phi(x_i)$ (*i*=1,2,…,*M*),接着在高维空间中寻找一组标准正交基  $w_i$ (*l*=1,2,…,*q*),使得下式达到最大:

$$E((\cos \alpha)^{2}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (\cos \alpha_{i})^{2} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (\frac{\phi(\mathbf{x}_{i})^{\mathrm{T}} \sum_{l=1}^{2} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l}}{\left\| \phi(\mathbf{x}_{i}) \right\| \left\| \sum_{l=1}^{q} a_{l}^{i} \mathbf{w}_{l} \right\|})^{2}$$
(15)

其中 $\alpha_i$ 为 $\phi(x_i)$ 与 $\sum_{l=1}^{q} a_l^i w_l$ 的夹角。类似于PCAC的推导,此问 题可以转化为求解矩阵 $S_k = \sum_{i=1}^{M} \frac{\phi(x_i)\phi(x_i)^T}{\phi(x_i)}$ 对应前q个最大特征值的特征向量。

与 KPCA 一样, 无法直接求得  $\phi(x_i)(i=1,2,\dots,M)$ , 所以 不能直接求解  $S_k$  的特征向量。令  $\Phi(x) = (\frac{\phi(x_1)}{\|\phi(x_1)\|}, \frac{\phi(x_2)}{\|\phi(x_2)\|}, \dots,$ 

 $\frac{\phi(\mathbf{x}_{M})}{\|\phi(\mathbf{x}_{M})\|}, \text{则有 } S_{k} = \Phi(\mathbf{x})\Phi(\mathbf{x})^{\mathrm{T}}, \text{由奇异值分解}(\text{Singular Value})$ Decomposition, SVD)<sup>[9]</sup>的知识, 可以先求解矩阵  $H = \Phi(\mathbf{x})^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{x})$ 特征向量  $p^{l}(l=1,2,\dots,q)$ , 然后根据  $w_{l} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{l}}}\Phi(\mathbf{x})p^{l}(l=1, q)$ 

2,…,q) 求得  $w_l(l=1,2,...,q)$ ,其中  $\lambda_l(l=1,2,...,q)$  是 H 的特征值。矩阵 H 元素可以如下计算:

$$H_{ij} = \frac{\phi(x_i)^{\mathrm{T}} \phi(x_j)}{||\phi(x_i)|||\phi(x_j)||} = \frac{k(x_i, x_j)}{\sqrt{k(x_i, x_i)} \sqrt{k(x_j, x_j)}}$$
(16)

所以由核函数 *k*(*x*, *y*) 可以求得矩阵 *H*。样本 *x* 经过 KPCA 变换后的第 *l* 个新特征 *y*<sub>*l*</sub> 为:

$$y_j^{l} = \boldsymbol{w}_l^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}_j) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_l}} (\boldsymbol{p}^{l})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}_j) = \sum_{i=1}^{M} \frac{1}{\sqrt{\lambda_l}} p_i^{l} \frac{k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j)}{\sqrt{k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_i)}}$$
(17)

其中  $p_i^l$  是向量  $p^l$  的第 i 个元素。

KPCAC算法总结如下:

(1)根据式(16)计算矩阵 H;

(2)求解 H 的对应前 q 个最大特征值的特征向量 p<sup>l</sup>(l=1, 2, ..., q);

(3)样本  $x_i$  经过KPCAC运算后的第 l 个新特征  $y_i^l$  为:

$$y_j^l = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} p_i^l \frac{k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j)}{\sqrt{k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_i)}}$$
(18)

# 5 实验

通过YALE 人脸数据库与 PolyU掌纹数据库上的识别实验,比较 PCA、PCAC、KPCA 以及 KPCAC 的识别性能。首先分别利用四种算法抽取图像样本的特征,然后使用最近邻分类器<sup>101</sup>对抽取的特征进行分类。

# 5.1 YALE 库上的实验

YALE 人脸数据库由耶鲁大学计算视觉与控制中心创建, 其中包括 15 个人的 165 幅灰度图像,每人 11 幅图像。这些图 像在光照、人脸表情以及是否配戴眼镜等方面都有一定的变 化。在实验中,将所有图像人工剪切并缩放到 100×80 个像素 大小,图2给出了其中一个人的 11 幅图像。



图2 YALE 人脸数据库中一个人的11幅图像

对于 KPCA 和 KPCAC 需要使用的核函数,选取多项式 核,即  $k(x,y) = (x^T y)^d$ 。在实验中,利用全局到局部搜索策略<sup>[11]</sup> 选择参数 d 使识别率达到最优。分别随机选取每个人的2幅、 3幅和4幅人脸图像做训练,其余图像做测试,实验重复20次, 最后结果取平均值。在使用 PCA、PCAC、KPCA 和 KPCAC进 行特征抽取后,分别使用基于欧氏距离和余弦角距离的最近 邻分类器进行分类。表1列出了四种特征抽取方法,在基于两 种不同距离的分类器下的最大平均识别率及其对应的维数 (分别随机选取2、3和4幅图像做训练,循环20次)。

表1 在YALE人脸数据库上,四种算法的最大平均 识别率(百分数)及其对应的维数(括号中)

训练样本数	分类器采用距离	PCA	PCAC	KPCA	KPCAC
2	欧氏距离	88.0(28)	88.0(29)	91.3(28)	91.8(29)
	余弦角距离	87.4(29)	92.1(29)	92.3(22)	92.4(29)
3	欧氏距离	89.3(41)	89.4(43)	92.8(44)	93.6(42)
	余弦角距离	88.8(40)	93.8(44)	93.6(38)	94.1(27)
4	欧氏距离	90.9(56)	90.9(56)	94.2(57)	95.0(59)
	余弦角距离	90.1(37)	95.0(59)	94.2(36)	95.2(52)

从表1可以看出:(1)对于PCA和PCAC算法,当使用基于 欧氏距离的最近邻分类器分类时,PCA和PCAC的识别率非常 接近;但是当使用基于余弦角距离的最近邻分类器分类时, PCAC的识别率明显高于PCA。从这点可以看出特征抽取与分 类的紧密联系,PCAC在特征抽取时是基于余弦角距离的,当对 其抽取的特征也是使用基于余弦角距离的分类器分类时,才能 充分发挥余弦角距离的优势,使得识别率明显提高。(2)对于 KPCA和KPCAC算法,KPCAC算法的识别率稍高于KPCA,但 优势不是很突出。(3)核方法的识别率高于线性方法。

#### 5.2 PolyU库上的实验

选取香港理工大学的 PolyU 掌纹数据库中的 100 个不同 掌纹的 600 幅图像作为实验图像,每个掌纹 6 幅图像。这 6 幅 图像是在两个时间段获取的,前 3 幅拍摄于第一个时间段,后 3 幅拍摄于第二个时间段,两个时间段平均间隔 2 个月。使用文 献[12]中的算法,剪切出图像的中心区域,然后缩放到 128 × 128 像素大小,图 3 显示了其中一个掌纹的 6 幅掌纹图像。



图3 一个掌纹的6幅图像

实验中,每个掌纹在第一个时间段拍摄的3幅图像作为训 练图像,剩余的3幅图像作为测试图像。对于KPCA和KPCAC 需要使用的核函数,仍然选择多项式核 k(x,y)=(x<sup>T</sup>y)<sup>d</sup>,参数 d 选择最优情况。首先使用PCA、KPCA、PCAC和KPCAC算法 抽取掌纹图像的特征,接着分别利用基于欧氏距离和基于余 弦角距离的最近邻分类器对新特征进行分类。表2列出了四 种特征抽取方法的最优识别率及其对应的维数(选取前3幅图 像做训练)。从表2可以看出:在使用基于余弦角距离的最近 邻分类器分类时,PCAC的识别率明显优于PCA、KPCAC的识 别率稍好于KPCA;核方法的识别率优于线性方法。这几点与 人脸识别实验的结论是一致的。

表2 在PolyU掌纹数据库上,四种算法的最大识 别率(百分数)及其对应的维数(括号中)

分类器采用距离	PCA	PCAC	KPCA	KPCAC
欧氏距离	62.7(153)	63.0(160)	71.7(299)	73.0(254)
余弦角距离	61.3(180)	73.0(117)	71.7(186)	74.0(262)

两个实验中,KPCA与KPCAC的识别结果相差都不大,此 现象可以这样解释:KPCA和KPCAC都是在非线性映射后的 高维空间中进行相关操作的。在高维空间中,由于数据点相对 稀疏,孤立点的影响较原空间有所减小,这时余弦角距离对于 欧氏距离的优势就会有所减弱,这就使得基于欧氏距离度量 的KPCA的性能接近于基于余弦角距离度量的KPCAC。

#### 6 结论

经典的PCA算法在进行特征抽取时,是基于欧氏距离的。欧氏距离对离群点比较敏感,在许多分类问题中余弦角距离比欧氏距离具有更好的性能。为了充分利用余弦角距离的优点,将余弦角距离运用于特征抽取中,从而提出两种新的特征抽取算法:PCAC以及其核版本KPCAC。在YALE人脸数据库以及PolyU掌纹数据库上进行识别实验,结果表明PCAC比PCA有更好的识别性能,KPCAC也显示出不错的性能。另外PCAC、KPCAC与PCA、KPCA一样也具有简单易行性,因此PCAC、KPCAC是两种有效的特征抽取算法。

# 参考文献 :

- Jain A K, Duin R P W, J C Mao.Statistical pattern recognition: a review[J].IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(1):4-37.
- [2] Jolliffe I T.Principal component analysis[M].New York: Springer-Verlag, 1986.
- [3] Turk M A, Pentland A P.Face recognition using eigenfaces[C]// Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1991:586-591.
- [4] Schölkopf B, Smola A, Müller K R.Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem[J].Neural Computing, 1998, 10(5):1299-1319.
- [5] Kirby M, Sirovich L.Application of the Karhunen-Loève procedure for the characterization of human faces[J].IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(1): 103-108.
- [6] 金一,阮秋琦.基于核的正交局部保持投影的人脸识别[J].电子与 信息学报,2009,31(2):283-287.
- [7] 张翠平,苏光大.人脸识别技术综述[J].中国图象图形学报,2000,5(11):1079-1083.
- [8] 陈晓华,李春芝,蒋云良.小波重构与局部DCT的二维主元分析掌 纹识别[J].光子学报,2009,38(6):1566-1571.
- [9] 张贤达.矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版社,2004:344-358.
- [10] Beyer K, Goldstein J, Ramakrishnan R, et al.When is "nearest neighbor" meaningful[C]//Proceedings of the 7th International Conference on Database Theory, 1999:217-235.
- [11] Müller K R, Mika S, Rätsch G, et al.An introduction to kernel-based learning algorithms[J].IEEE Transactions on Neural Networks, 2001, 12(2):181-201.
- [12] Zhang D.Palmprint authentication[M].[S.l.]: Kluwer Academic, 2004.