

图最优化线性鉴别投影及其在图像识别中的应用*

殷 俊 金 忠

(南京理工大学 计算机科学与技术学院 南京 210094)

摘 要 在图最优化局部保持投影 (GoLPP) 算法的基础上,本文充分利用数据的类别信息,提出一种新的特征抽取算法——图最优化线性鉴别投影 (GoLDP)。与 GoLPP 类似,GoLDP 的邻接图是通过最优化一个目标函数创建的;与 GoLPP 不同,GoLDP 利用数据的类别信息创建两幅最优邻接图——最优内在图和最优惩罚图,由这两幅最优邻接图求得最优投影矩阵。FERET 与 YALE 人脸数据库以及 PolyU 掌纹数据库上的实验结果证明了 GoLDP 算法的有效性。

关键词 特征抽取,局部保持投影,图最优化,人脸识别,掌纹识别
中图分类号 TP 391.41

Graph-Optimized Linear Discriminant Projection and Its Application to Image Recognition

YIN Jun, JIN Zhong

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology,
Nanjing 210094)

ABSTRACT

The class information of the data is sufficiently utilized and a feature extraction algorithm is proposed called graph-optimized linear discriminant projection (GoLDP) based on graph-optimized locality preserving projection (GoLPP). The graph of GoLDP is constructed by optimizing an objective function, which is similar to GoLPP. GoLDP constructs two optimal graphs (optimal intrinsic graph and optimal penalty graph) by using class information, which is different from GoLPP, and obtains the optimal projection matrix according to these two optimal graphs. Experimental results on FERET and YALE face databases and the PolyU palmprint database demonstrate the effectiveness of GoLDP.

Key Words Feature Extraction, Locality Preserving Projection, Graph-Optimized, Face Recognition, Palmprint Recognition

国家自然科学基金重点项目 (No. 60632050)、国家自然科学基金项目 (No. 60873151, 60973098, 6070207) 资助

收稿日期: 2010-09-15; 修回日期: 2010-12-20

作者简介: 殷俊,男,1984年生,博士研究生,主要研究方向为模式识别、机器学习等. E-mail: yinjun8429@163.com. 金忠,男,1961年生,教授,博士生导师,主要研究方向为模式识别、图像分析、计算机视觉等. E-mail: Zhongjin@mail.njust.edu.cn.

1 引言

当数据维数过高时,会导致维数灾难问题,所以需要对高维数据进行降维处理.特征抽取^[1]是一种有效的降维方法,它通过线性或非线形变换将原数据变换到特征维数更少的数据空间.主成分分析(PCA)^[2]和线性鉴别分析(LDA)^[3]是两种最流行的线性降维算法.PCA寻找一个低维子空间,使数据在这个子空间中的表示具有最大方差,它是一种无监督的降维算法;LDA是一种监督的降维算法,它的目标是最大化数据的类间散布同时最小化类内散布.由于LDA利用了数据的类别信息,因此在一些分类和识别问题中比PCA更为有效.

PCA和LDA主要考虑数据的全局特征,但却忽略了数据的局部特征.近年来,许多基于数据局部特征的流形学习算法被陆续提出,并被成功应用于特征抽取,如等距映射(Isometric Mapping, ISOMAP)^[4],局部线性嵌入(Local Linear Embedding, LLE)^[5]和拉普拉斯特征映射(Laplacian Eigenmaps, LE)^[6]等.这些流形学习算法寻找高维数据的非线性低维嵌入,从而达到降维的目的,它们的最大缺陷在于:如果要计算测试数据的低维表示,需要将测试数据加入训练集中,之后再重新运行整个算法,这会明显降低算法的效率.

局部保持投影(Locality Preserving Projection, LPP)^[7]成功解决了这个问题,它是LE的线性逼近.LPP通过保持数据的邻域关系对数据进行降维,它寻找一个线性投影矩阵,经过此投影矩阵,原先靠近的数据点在投影后的低维空间中依然保持较近.对于测试数据仍然可以利用线性投影矩阵直接求出其低维表示,而不需要再重新运行算法,因此LPP的效率优于LE.

LPP的效果主要依赖于邻接图,而算法中给出的邻接图的创建方法对于降维往往不是最优的.针对此问题,最近Zhang等^[8]提出图最优化局部保持投影(Graph-Optimized Locality Preserving Projection, GoLPP).GoLPP将邻接图的创建与降维结合到一个统一的框架中,得到一个对于降维最优的邻接图,因此可以获得比LPP更好的低维表示.

与LPP一样,GoLPP仅仅利用了数据点之间的邻域关系,却忽略了数据的类别信息,而类别信息对于分类识别具有十分重要的作用.为同时利用数据点的邻域信息和类别信息,从而获得更好的鉴别特征,本文提出一种特征抽取算法——图最优化线性鉴别投影(Graph-Optimized Linear Discriminant Pro-

jection, GoLDP).为得到最优邻接图,类似于GoLPP,GoLDP也是将邻接图的创建与降维统一到一个框架中,从而获取对于降维最优的邻接图.不同于GoLPP的是,GoLDP创建了两幅最优邻接图,分别是描述同类数据之间邻接关系的最优内在图和描述不同类数据之间邻接关系的最优惩罚图.利用这两幅最优邻接图,GoLDP使得降维后的数据类内尽可能紧致而类间尽可能分散.人脸识别^[9-10]以及掌纹识别^[11-12]实验中与PCA,LDA,LPP和GoLPP的对比结果,证明了GoLDP算法的有效性.

2 图最优化局部保持投影

LPP的邻接图是预先人为定义的,如 k 近邻图和 ε 邻域图.这种邻接图的创建方法是独立于之后的降维过程的,并且很难确定最优的参数(近邻数 k ,邻域大小 ε 以及热核参数等),所以最终创建的邻接图对于降维可能不是最优的.GoLPP成功解决了这个问题,它通过最小化一个统一的目标函数同时获取最优邻接图以及最优降维投影矩阵.

给定数据点集 $X = [x_1, x_2, \dots, x_M] \in R^{n \times M}$,若邻接图定义为 $G = \{X, S\}$,其中 $S = (S_{ij})_{M \times M}$ 为权值矩阵,则GoLPP的优化目标为

$$\min_{W, S} J(S, W) = \frac{\sum_{i,j=1}^M \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 S_{ij}}{\sum_{i=1}^M \|W^T x_i\|^2} - \eta \sum_{i=1}^M \left(- \sum_{j=1}^M S_{ij} \ln S_{ij} \right),$$

$$s. t. \quad \sum_{j=1}^M S_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, M;$$

$$S_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2, \dots, M. \quad (1)$$

问题(1)可化简为求解如下最优化问题:

$$\min_{W, S} J(S, W) = \text{tr} [(W^T X X^T W)^{-1} W^T X (\tilde{D} - \hat{S}) X^T W]$$

$$+ \eta \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M S_{ij} \ln S_{ij},$$

$$s. t. \quad \sum_{j=1}^M S_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, M;$$

$$S_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2, \dots, M, \quad (2)$$

其中 $W \in R^{n \times m}$ ($m < n$)是投影矩阵, \tilde{D} 为对角矩阵,其对角线元素为

$$\tilde{D}_{ii} = \sum_{j=1}^M S_{ij} + \sum_{j=1}^M S_{ji}, i = 1, 2, \dots, M, \tilde{S} = S + S^T.$$

$-\sum_{j=1}^M S_{ij} \ln S_{ij}$ 是香农熵,用来衡量 S_{ij} ($j = 1, 2, \dots, M$)

的一致性,目标函数若无此项,将产生退化解(S 的每一行只有一个元素为1,其他均为0).参数 η 用来控制目标函数中局部保持准则和香农熵各自所占的比重.另外,为了保证在 $S_{ij} = 0$ 的情况下, $\ln S_{ij}$ 有意义,在计算 $\ln S_{ij}$ 时,给 S_{ij} 加上一个极小正数.

问题(2)是一个非凸问题,可以通过交替迭代法求解.为了解决小样本问题,即矩阵 XX^T 的奇异问题,首先通过PCA对原数据进行降维;接着令

$$S_{ij} = \frac{S_{ij}^0}{\sum_{j=1}^M S_{ij}^0},$$

S_{ij}^0 为样本数据点 x_i 与 x_j 之间的初始权值,对PCA降维后的数据执行以下迭代步骤.

step 1 固定权值矩阵 S ,通过解广义特征值问题: $XX^T w = \lambda X(\tilde{D} - \hat{S})X^T w$,求解问题(2)中的投影矩阵 W .

step 2 固定投影矩阵 W ,根据文献[8]的推导,通过下式求解问题(2)中的最优权值矩阵 S :

$$S_{ij} = \frac{\exp(-\|\hat{W}^T x_i - \hat{W}^T x_j\|^2/\eta)}{\sum_{j=1}^M \exp(-\|\hat{W}^T x_i - \hat{W}^T x_j\|^2/\eta)} \quad (3)$$

其中 $\hat{W} = WV\Lambda^{1/2}$, V 是由 $(\hat{W}^T XX^T W)^{-1}$ 的特征向量排列而成的矩阵, $\tilde{\Lambda}$ 是一个对角矩阵,它的对角线元素为 $(\hat{W}^T XX^T W)^{-1}$ 的特征值.

GoLPP算法可以总结如下.

输入 数据矩阵 X ,初始权值矩阵 S^0 ,正则化参数 η ,迭代终止阈值 ε ,最大迭代数 $Maxit$

输出 投影矩阵 W

将数据投影到PCA的变换空间

For $l = 1, 2, \dots, Maxit$

根据 step 1 计算投影矩阵 W ;

根据 step 2 更新权值矩阵 S ;

计算问题(2)中的目标函数值: $J_l = J(S, W)$;

If $|J_l - J_{l-1}| < \varepsilon$

Break 返回 W ;

EndIf

EndFor

3 图最优化线性鉴别投影

GoLPP只创建了一幅最优邻接图,在这幅最优邻接图中,所有训练样本数据点之间都建立了邻接关系.这样会带来这么一个问题:可能最优邻接图中有些不同类数据点对之间的权值较大,这就导致在最小化目标函数时,这些不同类数据点对间的距离

被拉近了.而众所周知,同类数据应该尽量靠近,不同类数据则应该尽量远离.为了解决这个问题,我们在创建邻接图时引入了数据的类别信息,从而创建了两幅邻接图,分别是描述同类数据间邻接关系的内在图和描述不同类数据间邻接关系的惩罚图.利用内在图获取类内散布,而利用惩罚图获取类间散布,通过最小化类内散布同时最大化类间散布求解最优投影矩阵.为得到最优内在图和最优惩罚图,类似于GoLPP的做法,GoLDP的邻接图不是预先人为定义而是通过最优化一个目标函数求取.通过最小化一个统一的目标函数,GoLDP同时获取最优内在图、最优惩罚图以及最优投影矩阵.

3.1 图最优化线性鉴别投影的优化目标

我们将内在图定义为 $\hat{G} = \{X, \hat{S}\}$,惩罚图定义为 $\check{G} = \{X, \check{S}\}$,其中 \hat{S} 与 \check{S} 分别是对应于 \hat{G} 和 \check{G} 的权值矩阵.令 $\Gamma(i)$, $i = 1, 2, \dots, M$ 表示与样本 x_i 属于同类的样本的索引组成的集合,则对于 \hat{S} ,当 $j \notin \Gamma(i)$ 时,一定有 $\hat{S}_{ij} = 0$;而对于 \check{S} ,当 $j \in \Gamma(i)$ 时,一定有 $\check{S}_{ij} = 0$.

GoLDP的优化目标为

$$\begin{aligned} \min_{W, \hat{S}, \check{S}} J(\hat{S}, \check{S}, W) = & \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 \hat{S}_{ij} - \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \|W^T x_i - \\ & W^T x_j\|^2 \check{S}_{ij} - \eta \sum_{i=1}^M \left(- \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij} \right) - \\ & \check{\eta} \sum_{i=1}^M \left(- \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij} \right), \\ \text{s. t. } W^T W = I & \\ \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, M; & \\ \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, M; & \\ \hat{S}_{ij} > 0, j \in \Gamma(i), i = 1, 2, \dots, M; & \\ \check{S}_{ij} > 0, j \notin \Gamma(i), i = 1, 2, \dots, M. & \quad (4) \end{aligned}$$

为了解决小样本问题以及计算方便,在此目标函数中,我们通过差准则即类内散布与类间散布的差值

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 \hat{S}_{ij} - \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 \check{S}_{ij}, \end{aligned}$$

达到最小化类内散布同时最大化类间散布的目的;香农熵 $-\sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij}$ 与 $-\sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij}$ 分别用来衡量 $\hat{S}_{ij}(j \in \Gamma(i))$ 与 $\check{S}_{ij}(j \notin \Gamma(i))$ 的一致性,从而避免

退化解的出现: 参数 $\hat{\eta}$ 和 $\check{\eta}$ 用来控制目标函数中各项所占的比重. 问题(4) 可以化简为如下最优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{S}, \check{S}, W} J(\hat{S}, \check{S}, W) = & \\ & \text{tr} [W^T X(\underline{D} - \underline{S}) X^T W - W^T X(\underline{D} - \underline{S}) X^T W] + \\ & \hat{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij} + \check{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij}, \\ \text{s. t. } W^T W = & I \\ & \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, M; \\ & \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, M; \\ & \hat{S}_{ij} > 0, j \in \Gamma(i) \quad i = 1, 2, \dots, M; \\ & \check{S}_{ij} > 0, j \notin \Gamma(i) \quad i = 1, 2, \dots, M, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \underline{D} 与 \underline{D} 均为对角矩阵, 其对角线元素分别为

$$\underline{D} = \sum_{i=1}^M \hat{S}_{ij} + \sum_{j=1}^M \hat{S}_{ji} \quad \text{与} \quad \underline{D} = \sum_{j=1}^M \check{S}_{ij} + \sum_{j=1}^M \check{S}_{ji},$$

$i = 1, 2, \dots, M$; 另外 $\underline{S} = \hat{S} + \hat{S}^T, \underline{S} = \check{S} + \check{S}^T$.

与问题(2) 一样, 问题(5) 不能直接求解, 但可

通过交替迭代法来解. 给定初始权值矩阵 \hat{S}^0 和 \check{S}^0 , 令 $\hat{S}_{ij}^0 / \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij}^0$ 并且 $\check{S}_{ij}^0 = \check{S}_{ij}^0 / \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij}^0$. 当 \hat{S} 与 \check{S} 已知时, 求解问题(5) 中的最优投影矩阵 W 可以转化为特征值问题: $X(\underline{D} - \underline{S} - \underline{D} + \underline{S}) X^T w = \lambda w$; 而当 W 已知时, 有如下定理.

定理 对于给定的 W , 最优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{S}, \check{S}} J(\hat{S}, \check{S}) = & \\ & \text{tr} [W^T X(\underline{D} - \underline{S}) X^T W - W^T X(\underline{D} - \underline{S}) X^T W] + \\ & \hat{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij} + \check{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij}, \\ \text{s. t. } \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} = & 1, i = 1, 2, \dots, M; \\ \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} = & 1, i = 1, 2, \dots, M; \\ \hat{S}_{ij} > 0, j \in \Gamma(i) \quad & i = 1, 2, \dots, M; \\ \check{S}_{ij} > 0, j \notin \Gamma(i) \quad & i = 1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

的解为

$$\begin{aligned} \hat{S}_{ij} = \frac{\exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \hat{\eta})}{\sum_{j \in \Gamma(i)} \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \hat{\eta})}, \quad j \in \Gamma(i); \\ \check{S}_{ij} = \frac{\exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \check{\eta})}{\sum_{j \notin \Gamma(i)} \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \check{\eta})}, \quad j \notin \Gamma(i). \end{aligned}$$

证明 这是一个约束最优化问题, 可以通过拉

格朗日乘子法求解. 我们知道

$$\begin{aligned} J(\hat{S}, \check{S}) = & \text{tr} [W^T X(\underline{D} - \underline{S}) X^T W - W^T X(\underline{D} - \underline{S}) X^T W] + \\ & \hat{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij} + \check{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij}, \\ = \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 \hat{S}_{ij} - \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \|W^T x_i - \\ & W^T x_j\|^2 \check{S}_{ij} + \hat{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij} + \check{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij}, \end{aligned}$$

令拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\hat{S}_{ij}, \check{S}_{ij}, \alpha_i, \beta_i) = & \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 \hat{S}_{ij} - \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \|W^T x_i - \\ & W^T x_j\|^2 \check{S}_{ij} + \hat{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij} + \check{\eta} \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij} \\ & + \sum_{i=1}^M \alpha_i (\sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} - 1) + \sum_{i=1}^M \beta_i (\sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} - 1), \end{aligned}$$

分别对 $\hat{S}_{ij} (j \in \Gamma(i))$ 和 $\check{S}_{ij} (j \notin \Gamma(i))$ 求导, 并令导数为零, 可得

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{S}_{ij}} = \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 + \hat{\eta} (\ln \hat{S}_{ij} + 1) + \alpha_i = 0 \quad j \in \Gamma(i);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \check{S}_{ij}} = -\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 + \check{\eta} (\ln \check{S}_{ij} + 1) + \beta_i = 0 \quad j \notin \Gamma(i).$$

于是有

$$\hat{S}_{ij} = \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \hat{\eta}) \exp(-\alpha_i / \hat{\eta} - 1) \quad j \in \Gamma(i);$$

$$\check{S}_{ij} = \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \check{\eta}) \exp(-\beta_i / \check{\eta} - 1) \quad j \notin \Gamma(i).$$

根据以上两式以及 $\sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} = 1, \sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} = 1$, 可知

$$\exp(-\alpha_i / \hat{\eta} - 1) = \frac{1}{\sum_{j \in \Gamma(i)} \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \hat{\eta})},$$

$$\exp(-\beta_i / \check{\eta} - 1) = \frac{1}{\sum_{j \notin \Gamma(i)} \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \check{\eta})}.$$

因此有

$$\hat{S}_{ij} = \frac{\exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \hat{\eta})}{\sum_{j \in \Gamma(i)} \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \hat{\eta})},$$

$$\check{S}_{ij} = \frac{\exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \check{\eta})}{\sum_{j \notin \Gamma(i)} \exp(-\|W^T x_i - W^T x_j\|^2 / \check{\eta})}.$$

证毕.

问题(5) 中的最优 \hat{S} 与 \check{S} 求解如下:

$$\hat{S}_{ij} = \begin{cases} \frac{\exp(-\|\hat{W}^T x_i - \hat{W}^T x_j\|^2/\hat{\eta})}{\sum_{j \in \Gamma(i)} \exp(-\|\hat{W}^T x_i - \hat{W}^T x_j\|^2/\hat{\eta})}, & j \in \Gamma(i) \\ 0, & j \notin \Gamma(i) \end{cases} \quad (6)$$

$$\check{S}_{ij} = \begin{cases} \frac{\exp(-\|\check{W}^T x_i - \check{W}^T x_j\|^2/\check{\eta})}{\sum_{j \notin \Gamma(i)} \exp(-\|\check{W}^T x_i - \check{W}^T x_j\|^2/\check{\eta})}, & j \notin \Gamma(i) \\ 0, & j \in \Gamma(i) \end{cases} \quad (7)$$

这样反复迭代直到达到迭代终止条件,最终得到的 \hat{S} \check{S} 与 W 就是最优邻接图对应的权值矩阵与最优投影矩阵.

3.2 图最优化线性鉴别投影算法

由于总体协方差矩阵 S_i 的零空间没有鉴别分类信息,为提高算法的效率,可以首先通过 PCA 降维去除 S_i 的零空间,即将数据降到 $M-1$ 维.根据以上分析,GoLDP 算法可以总结如下.

输入 数据矩阵 X ,初始权值矩阵 \hat{S}^0 与 \check{S}^0 ,正则化参数 $\hat{\eta}$ 与 $\check{\eta}$,迭代终止阈值 ε ,最大迭代数 $Maxim$

输出 投影矩阵 W

将数据投影到 PCA 的变换空间,从而去除 S_i 的零空间
For $l = 1, 2, \dots, Maxim$

解特征值问题: $X(\underline{D} - \underline{S} - \underline{D} + \underline{S})X^T w = \lambda w$ 得到投影矩阵 W ;

根据式(6) (7) 更新权值矩阵 \hat{S} 与 \check{S} ;

计算问题(5) 中的目标函数值: $J_l = J(\hat{S}, \check{S}, W)$;

If $|J_l - J_{l-1}| < \varepsilon$
Break, 返回 W ;
EndIf

EndFor

3.3 算法的收敛性

由 $\hat{S}_{ij} > 0$,可知

$$tr [W^T X(\underline{D} - \underline{S})X^T W] = \sum_{i=1}^M \sum_{j \in \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 \hat{S}_{ij} > 0. \quad (8)$$

而由 $\check{S}_{ij} \leq 1$,可得

$$tr [W^T X(\underline{D} - \underline{S})X^T W] = \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2 \check{S}_{ij} < \sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2$$

$$\leq C, \quad (9)$$

其中常数 C 为 $\sum_{i=1}^M \sum_{j \notin \Gamma(i)} \|W^T x_i - W^T x_j\|^2$ 的最大值.

根据不等式(8)、(9) 以及香农熵 $-\sum_{j \in \Gamma(i)} \hat{S}_{ij} \ln \hat{S}_{ij}$ 与 $-\sum_{j \notin \Gamma(i)} \check{S}_{ij} \ln \check{S}_{ij}$ 具有上界,可以断定 $J(\hat{S}, \check{S}, W)$ 具有下界,此时利用柯西收敛准则^[13] 可得 GoLDP 算法的收敛性.

4 实验

本节通过 FERET 和 YALE 人脸数据库以及香港理工大学的 PolyU 掌纹数据库的识别实验验证本文提出的 GoLDP 算法的有效性.在实验中,首先分别使用 PCA, LDA, LPP, GoLPP 以及 GoLDP 算法抽取数据的特征,之后使用最近邻分类器对抽取到的特征进行分类.对于 LDA, LPP 与 GoLPP 中的 PCA 步骤,保留 90% 的能量. LPP 中的近邻数取为每类的训练样本数减 1; 它的权值矩阵这样创建: 当两个样本有近邻关系时,它们之间的权值设为 1, 否则设为 0; 而 GoLPP 的初始权值矩阵取为 LPP 的权值矩阵. GoLDP 的初始权值矩阵这样创建: 对于内在图对应的权值矩阵,当两个样本属于同类样本时,它们之间的权值设为 1, 否则设为 0; 而对于惩罚图对应的权值矩阵,当两个样本属于同类样本时,它们之间的权值设为 0, 否则设为 1. GoLPP 和 GoLDP 算法中所用参数可以这样选择: 两个算法中的迭代终止阈值均取为 0.01, 最大迭代次数均设置为 100; GoLPP 的正则化参数 η 设置为所有训练样本两两之间距离的均方值的 10 倍; GoLDP 的正则化参数 $\hat{\eta}$ 设置为所有同类训练样本两两之间距离的均方值的 10 倍, 而正则化参数 $\check{\eta}$ 则设置为所有不同类样本两两之间距离的均方值的 10 倍.

4.1 FERET 人脸库上的实验

我们使用 FERET 人脸数据库^[14] 的一个子库验证算法.这个子库由 200 个人的 1 400 幅图像组成,每个人 7 幅图像,这些图像包括人脸表情、姿态以及光照的变化.在实验中,根据眼睛和嘴巴的位置剪切出原图像的人脸部分并将其缩放到 80×80 像素大小.

在实验中,每个人的前 5 幅图像构成训练数据集,后 2 幅图像构成测试数据集.为测试正则化参数 $\hat{\eta}$ 和 $\check{\eta}$ 对 GoLDP 识别率的影响,我们分别将 $\hat{\eta}$ 取为所有同类训练样本两两之间距离的均方值的 a 倍(a

$= \{0.01, 0.1, 1, 10, 100\}$), 而将 $\tilde{\eta}$ 取为所有不同类训练样本两两之间距离的均方值的 a 倍 ($a = \{0.01, 0.1, 1, 10, 100\}$), 表 1 列出在不同的正则化参数 $\hat{\eta}$ 和 $\tilde{\eta}$ 下, GoLDP 的最高识别率. 表 1 中 d_w 表示所有同类训练样本两两之间距离的均方值, d_b 则表示所有不同类训练样本两两之间距离的均方值. 从表 1 可以看到: 当正则化参数 $\hat{\eta}$ 取所有同类训练样本两两之间距离的均方值的 10 倍, 而正则化参数 $\tilde{\eta}$ 则取不同类样本两两之间距离的均方值的 10 倍时, GoLDP 取得最好的识别率. 因此本文实验均照此原则设置正则化参数 $\hat{\eta}$ 和 $\tilde{\eta}$.

表 1 GoLDP 在不同正则化参数下的最高识别率

Table 1 Maximal recognition rates of GoLDP under different regularization parameters

$\tilde{\eta}$	$\hat{\eta}$				
	$0.01 \times d_w$	$0.1 \times d_w$	$1 \times d_w$	$10 \times d_w$	$100 \times d_w$
$0.01 \times d_b$	46.8	46.5	46.5	46.5	46.5
$0.1 \times d_b$	47.0	47.0	46.5	46.5	46.8
$1 \times d_b$	46.5	47.0	46.8	46.8	47.0
$10 \times d_b$	46.5	47.3	46.8	48.8	48.5
$100 \times d_b$	46.5	47.3	46.8	48.5	48.5

图 1 显示 GoLDP 的目标函数值随迭代次数的变化情况; 从中可以看到, 随着迭代次数的增大, GoLDP 的目标函数值不断减小, 经过 5 次迭代后收敛. 图 2 显示 PCA, LDA, LPP, GoLPP 以及 GoLDP 算法的识别率随特征维数的变化情况, 表 2 则列出了 5 种算法的最高识别率及其相对应的维数. 从表 2 可以看到: 1) LDA 的识别率优于 PCA, 这主要由于 LDA 利用了数据的类别信息; 2) GoLPP 的识别率优于 LPP, 这是因为 GoLPP 使用了比 LPP 更优的邻接

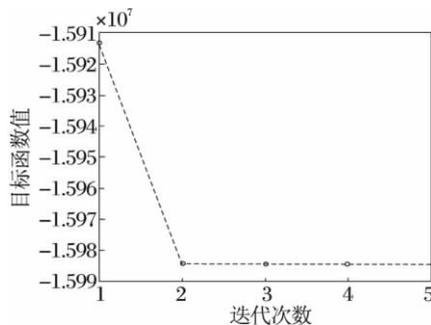


图 1 GoLDP 的目标函数值随迭代次数的变化

Fig. 1 Objective function of GoLDP changing by iteration time

图; 3) 由于利用数据的类别信息创建了两幅最优邻接图, GoLDP 的识别率在 5 种算法中是最高的. 图 2 表明 GoLDP 的识别率一致地优于其他 4 种算法.

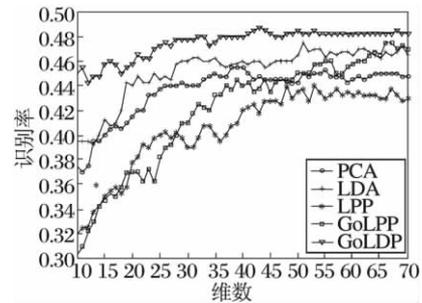


图 2 5 种算法在 FERET 人脸库上识别率随特征维数变化
Fig. 2 Recognition rates of 5 algorithms changing by the dimensions on FERET face database

表 2 5 种算法在 FERET 人脸库上的最高识别率及对应维数
Table 2 Maximal recognition rates of 5 algorithms on FERET face database and corresponding dimensions

	PCA	LDA	LPP	GoLPP	GoLDP
最高识别率/%	45.5	47.5	44.0	47.5	48.8
维数	38	51	48	66	43

4.2 YALE 人脸库上的实验

YALE 人脸数据库由耶鲁大学计算视觉与控制中心创建, 其中包括 15 个人的 165 幅灰度图像, 每人 11 幅图像. 这些图像在光照, 人脸表情以及是否配戴眼镜等方面都有一定的变化. 在实验中, 将所有图像人工剪切并缩放到 100×80 个像素大小.

在实验中, 我们随机选取每个人的 2, 3, 4 和 5 幅图像作为训练图像, 剩余图像作为测试图像, 实验重复 20 次, 最后结果取平均值. 表 3 列出 PCA, LDA, LPP, GoLPP 以及 GoLDP 算法的最高平均识别

表 3 5 种算法在 YALE 人脸库上的最高平均识别率及对应维数

Table 3 Maximal average recognition rates of 5 algorithms on YALE face database and corresponding dimensions

训练样本数	PCA	LDA	LPP	GoLPP	GoLDP
2	87.5% (28)	87.0% (13)	84.9% (13)	85.6% (13)	89.7% (13)
3	89.3% (41)	90.5% (13)	88.2% (15)	89.6% (15)	92.8% (15)
4	90.9% (56)	92.5% (14)	91.7% (16)	92.0% (17)	94.7% (17)
5	91.7% (21)	93.0% (14)	92.5% (19)	92.8% (22)	95.3% (21)

率及其对应的特征维数.

从表 3 可看到, 1) GoLPP 的识别率高于 LPP; 2) 当训练样本数较大时(大于 2 个), LDA 比 PCA 具有更高的识别率, 但是当训练样本数为 2 时, LDA 的识别率低于 PCA, 这主要是因为当训练样本数过小时, 对数据的类内散布矩阵估计不准确, 导致 LDA 的识别率不高. 3) GoLDP 的识别率是最高的.

4.3 PolyU 掌纹库上的实验

我们选取香港理工大学的 PolyU 掌纹数据库中的 100 个不同掌纹的 600 幅图像作为实验图像, 每个掌纹 6 幅图像. 这 6 幅图像是在两个时间段获取的, 前 3 幅拍摄于第一个时间段, 后 3 幅拍摄于第二个时间段, 两个时间段平均间隔 2 个月. 使用文献 [15] 中的算法, 我们剪切出图像的中心区域, 将其缩放到 128×128 像素大小并且进行直方图均衡化处理.

在实验中, 每个掌纹在第一个时间段拍摄的 3 幅图像做训练, 而在第二个时间段拍摄的 3 幅图像做测试. 表 4 显示 GoLDP 与 PCA, LDA, LPP, GoLPP 的识别率的比较结果. 从表 4 可以看到, 与人脸识别实验的结果一样, 在掌纹识别中, GoLDP 依然取得了最高的识别率.

表 4 5 种算法在 PolyU 掌纹库上的最高识别率及对应维数
Table 4 Maximal recognition rates of 5 algorithms on PolyU palmprint database and corresponding dimensions

方法	PCA	LDA	LPP	GoLPP	GoLDP
最高识别率/%	88.0	91.7	92.0	92.3	93.3
维数	105	94	97	92	96

5 结束语

本文提出一种图最优化线性鉴别投影 (GoLDP) 算法. GoLDP 通过最优化一个统一的目标函数, 创建两幅最优化邻接图——最优化内在图和最优化惩罚图, 同时求得最优投影矩阵. 由于算法中的最优化问题是个非凸问题, 类似于 GoLPP 算法, GoLDP 采用交替迭代法来求解此问题. 在 FERET 与 YALE 人脸数据库以及 PolyU 掌纹数据库上的识别实验, GoLDP 取得了比 PCA, LDA, LPP 以及 GoLPP 更高的识别率. 文中给出了正则化参数 $\hat{\eta}$ 与 $\check{\eta}$ 的选取方法, 但此选取方法是根据实验总结出来的, 可能并不是最优的, 如何选择最优的正则化参数是我们以后

的研究工作需要解决的问题.

参 考 文 献

- [1] Duda R O, Hart P E, Stork D G. Pattern Classification. New York, USA: Wiley-Interscience, 2001
- [2] Turk M, Pentland A P. Face Recognition Using Eigenfaces // Proc of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Maui, USA, 1991: 586 - 591
- [3] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition Using Class Specific Linear Projection. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19 (7): 711 - 720
- [4] Tenenbaum J B, de Silva V, Langford J C. A Global Geometric Framework for Nonlinear Dimensionality Reduction. Science, 2000, 290(5500): 2319 - 2323
- [5] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear Dimensionality Reduction by Locally Linear Embedding. Science, 2000, 290(5500): 2323 - 2326
- [6] Belkin M, Niyogi P. Laplacian Eigenmaps for Dimensionality Reduction and Data Representation. Neural Computation, 2003, 15 (6): 1373 - 1396
- [7] He Xiaofei, Yan Shuicheng, Hu Yuxiao, et al. Face Recognition Using Laplacianfaces. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3): 328 - 340
- [8] Zhang Limei, Qiao Lishan, Chen Songcan. Graph-Optimized Locality Preserving Projections. Pattern Recognition, 2010, 43 (6): 1993 - 2002
- [9] Wen Ying, Shi Pengfei. An Approach to Face Recognition Based on Common Vector and 2DPCA. Acta Automatica Sinica, 2009, 35 (2): 202 - 205 (in Chinese)
(文颖, 施鹏飞. 一种基于共同向量结合 2DPCA 的人脸识别方法. 自动化学报, 2009, 35(2): 202 - 205)
- [10] Yang Liping, Gong Weiguo, Gu Xiaohua, et al. Complete Discriminant Locality Preserving Projections for Face Recognition. Journal of Software, 2010, 21(6): 1277 - 1286 (in Chinese)
(杨利平, 龚卫国, 辜小花, 等. 完备鉴别保局投影人脸识别算法. 软件学报, 2010, 21(6): 1277 - 1286)
- [11] Zhang L, Zhang D. Characterization of Palmprints by Wavelet Signatures via Directional Context Modeling. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2004, 34(3): 1335 - 1347
- [12] Zhang D, Lu Guangming, Li Wei, et al. Palmprint Recognition Using 3-D Information. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 2009, 39(5): 505 - 519
- [13] Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. 2nd Edition. New York, USA: McGraw-Hill, 1964
- [14] Phillips P J, Moon H, Rizvi S A, et al. The FERET Evaluation Methodology for Face-Recognition Algorithms. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(10): 1090 - 1104
- [15] Zhang D. Palmprint Authentication. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic, 2004